1 - Présenter en quelques lignes les hypothèses de base du modèle en couche.

Modèle théorique qui fait appel à la mécanique quantique. Tout comme les électrons dans l'atome, les nucléons sont dans des états en énergie quantifiée. Ce modèle explique les écarts observés entre les masses mesurées et la formule de la goutte liquide (e.g. les nombres magiques).
Dans ce modèle, les nucléons : (1) sont considérés comme des particules indépendantes (justifié car $\lambda \sim R$), (2) évoluent dans un champ moyen U(r) créé par les autres nucléons (potentiel nucléaire)
Un choix couramment utilisé pour U(r) est le potentiel de Wood-Saxon qui calque la distribution de la matière nucléaire par une fonction de Fermi.

2 - Quel est le spin-parité de l'16O ?

0+ car c'est un noyau pair-pair.

3 - Quelle doit être la condition sur la différence des masses atomiques entre un noyau père et un noyau fils pour autoriser la décroissance beta+. On démontrera cette condition.

Pour une décroissance beta +, X -> Y + e+ + nu_e avec Z(Y) = Z(X)-1
A partir de la loi de conservation de l'énergie avec l'énergie de masse des noyaux = énergie de masse des atomes moins le nombre adéquat de fois l'énergie de masse des électrons et Q_β+ l'énergie cinétique des particules on trouve :
=> Q_β+ = M_X $c^{\wedge 2}$ -M_Y $c^{\wedge 2}$ - 2 m_e $c^{\wedge 2}$ > 0 avec M_i est la masse atomique, soit la condition : M_X $c^{\wedge 2}$ - M_Y $c^{\wedge 2}$ > 2 m_e $c^{\wedge 2}$

4 - Quelle est la condition pour qu'une réaction endoénergétique puisse se réaliser ?

Pour une réaction X + a -> Y + b, à partir de la conservation de l'énergie dans le CM, l'énergie cinétique doit être supérieure à une valeur seuil qui est :
K'seuil = K'a + K'X = -Q = M_Y $c^{\wedge 2}$ + M_b $c^{\wedge 2}$ - M_X $c^{\wedge 2}$ - M_a $c^{\wedge 2}$
Dans cette condition, les produits de la réaction (Y et b) auront une énergie cinétique > 0.
Dans le [L], si X est au repos alors l'énergie cinétique seuil de a pour réaliser la réaction est :
Ka,seuil=-Qx (ma +mX)/mX

Facteurs de formes nucléaires

1) $\vec{q} = \dfrac{\vec{p}_0 - \vec{p}}{\hbar}$; $d\tau = r^2 dr \sin\theta\, d\theta\, d\varphi = r^2 dr\, d\cos\theta\, d\varphi$; $V(r)$ indep de θ et φ, $V(r) = \dfrac{Ze^2}{r} e^{-r/a}$

a) $I = \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}}\, V(r)\, d\tau$ avec $\vec{q}\cdot\vec{r} = qr\cos\theta$

$$= 2\pi \int_0^\infty V(r) r^2 dr \int_{-1}^{+1} e^{iqr\cos\theta}\, d(\cos\theta) = \frac{4\pi}{q}\int_0^\infty V(r)\, r\, dr \sin(qr)$$

$$= \frac{4\pi}{q} Ze^2 \int_0^\infty e^{-r/a} \sin(qr)\, dr = \frac{4\pi Z e^2}{q}\, \mathrm{Im}\left\{\int_0^\infty e^{r(iq - \frac{1}{a})} dr\right\}$$

$$= \frac{4\pi Z e^2}{q}\, \mathrm{Im}\left\{\left[\frac{e^{r(iq - 1/a)}}{(iq - 1/a)}\right]_0^\infty\right\} = \frac{4\pi Z e^2}{q}\left(\frac{qa^2}{1+q^2a^2}\right) = \frac{4\pi Z e^2 a^2}{1+q^2a^2}$$

d'où $\dfrac{d\sigma}{d\Omega} = \dfrac{m^2}{4\pi^2\hbar^4}\left(\dfrac{16\pi^2 Z^2 e^4 a^4}{(1+q^2a^2)^2}\right) = \dfrac{4 m^2 Z^2 e^4 a^4}{\hbar^4 (1+q^2a^2)^2}$

b) $qa = \dfrac{2a}{\lambda}\sin(\theta/2)$ avec λ longueur d'onde de de Broglie associée à l'e^- incident

- $qa \ll 1$ (θ très petit) $\Rightarrow \dfrac{d\sigma}{d\Omega}$ indep de q et ne dépend que de a

- $qa \gg 1$ (θ pas trop petit et e^- de hautes énergies) $\Rightarrow \dfrac{d\sigma}{d\Omega}$ indep de a selon $\dfrac{d\sigma}{d\Omega} = \dfrac{4 m^2 Z^2 e^4}{\hbar^4 q^4}$

  diffusion pas effectuée par les électrons du cortège atomique

c) $a \to +\infty$ $V(r) = \dfrac{Ze^2}{r}$ purement coulombien

$$q = \frac{2}{\lambda}\sin(\theta/2) = \frac{2p_0}{\hbar}\sin(\theta/2) ; \quad \lambda = \frac{\hbar}{p_0}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4 m^2 Z^2 e^4}{\hbar^4 \left(\frac{2p_0 \sin(\theta/2)}{\hbar}\right)^4} = \frac{m^2 Z^2 e^4}{4 p_0^4}\, \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

2) $\int V \Delta U\, d\tau = \int U \Delta V\, d\tau$ avec $\Delta U = -q^2 U$ et $\Delta V = -4\pi e \rho(\vec{r})$

prendre $\Delta U = e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}}$

on obtient $\int V(r)\, e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} d\tau = \dfrac{4\pi e}{q^2} \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \rho(r)\, d\tau$

Cas particulier $\longrightarrow$ charge ponctuelle $\rho(\vec{r}) = Ze\,\delta(\vec{r})$

donc $\int V(r) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} d\vec{r} = \frac{4\pi Ze^2}{q^2}$ $\Rightarrow$ donne Rutherford

Cas général

Si facteur de forme définit par $F(q) = \frac{1}{Ze}\int e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \rho(\vec{r}) d\vec{r}$

alors $\int V(r) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} d\vec{r} = \frac{4\pi e}{q^2} \frac{Ze}{Ze} \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \rho(\vec{r}) d\vec{r} = \frac{4\pi Ze^2 F(q)}{q^2}$

donc $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rd} F^2(q)$